

物質対称性の破れとリサージェンス

松田 智裕

埼玉工業大学大学院工学研究科情報システム専攻

matsuda@sit.ac.jp

Asymmetry of Matter from the Resurgence

Tomohiro MATSUDA

Department of Information Systems, Graduate school of Engineering, Saitama Institute of Technology

Abstract

We show a new mechanism of creating matter-antimatter asymmetry in the light of the resurgence theory.

Key Words: Baryogenesis, Resurgence

1. はじめに

宇宙は高温状態から膨張しながら冷えていくことで今の状態になったと考えられているが、熱平衡のまま冷えたなら物質と反物質は正確に相殺し合って何も残らない(Sakharovの3原則)。これを回避する方法を論じるのが「バリオジェネシス(バリオン数生成)」である(素粒子では陽子などの主にクォークで構成されている物質のことを「バリオン」、電子やニュートリノなど「カラーSU(3)」を持たない物質を「レプトン」と呼んで区別している)。また、宇宙はCMB(Cosmic microwave background)の観測¹⁾によって、元々は熱い状態だったことがわかり、更にその温度揺らぎの精密な観測によって²⁾、最初にインフレーションで(ほぼ)今の大きさまで膨張したあと、緩やかに断熱膨張をしながら今の大きさになったと予想されている。イン

フレーション直後の宇宙は冷え切っているが、その宇宙を再び熱くしたのが「再加熱」というプロセスである。インフレーションの爆発的な膨張は「真空のエネルギー」によって引き起こされるが、微少な「真空のエネルギー」は今も残っていて、宇宙の加速膨張³⁾を引き起こしていると考えられている。インフレーションの後は「真空のエネルギー」が熱に変換されることで宇宙が熱くなる。これが「再加熱」である。再加熱は一般にインフレーションを引き起こした場が振動することによって実現されると考えられているが、この振動中には様々な(非摂動的な)現象が期待される。こういった再加熱直前の現象を総称して「Preheating」と呼ぶ⁴⁾。

2. 非対称性とリサージェンス

我々は Preheating 中に発生する活発な粒子生

成で粒子・反粒子の非対称性が生成されるメカニズムに着目した^{5,7)}。摂動論的なバリオジェネシスでは、粒子・反粒子の非対称性を創造するのは CP の破れと量子効果の干渉である。Preheating は非摂動論的な効果だが、相互作用を加えて摂動計算をおこなうことも出来る。その場合には純粋な摂動論によるバリオジェネシス (GUT バリオジェネシスなど) と同様に量子干渉効果が非対称性を生み出しているように「見える」。しかし、これは本質なのか? というのが本研究の出発点である。

数学から見た場合、Preheating の物理は常微分方程式のストークス現象に集約される。これ自身は少し詳しく書かれた常微分方程式の教科書であればガウスの超幾何関数などを用いて詳しく解説されている。ストークス現象は「解の接続」を議論するときに変便利なのだが、最近になるまで 2 階を超える微分方程式ではストークス線を用いた議論が使えなかった⁸⁾。このことは 1980 年代に M.V. Fedoryuk によって「ストークス曲線を用いたこれ以上の解析は不可能である」と嘆かせたほどの話なのだが、現在は少しずつ解明されてきている。バリオジェネシスは相互作用が必須なので、厳密に解こうとすると必然的に微分の階数が上がってしまう (相互作用が入ると「連立」微分方程式になるため、元々の微分方程式よりも高階になる)。そうすると高階の微分方程式でストークス現象を考えなければならないので、摂動によって階数を落とすしかなかったのだ⁹⁾。

高階の微分方程式でストークス現象を扱おうという試みは京大のグループが主体となって WKB 解析という手法を用いて展開されてきた¹⁰⁾。現在では (少なくとも数学としては) 理論が整備されてストークス線も書けるようになったが、物理への応用はまだまだ進んでいないのが現状である。

このように、「これまで摂動展開で結果を得ていたものに厳密解が与えられる」という状況ではリサージェンスというアイデアが重要になる。摂動展開は一般に発散級数を与えるのだが、ボレル和というラプラス変換の発展型を考える

ことで「発散級数」を「極を持つ関数の積分」に容易に置き換えることができる。このように「無限個の (発散) 摂動展開」を「解析関数の積分」で置き換えて考えると、非摂動論的效果がストークス現象であり、解析関数の留数定理に関連した現象であることに気付く。これをリサージェンスと呼んでいる。

3. 結論と今後の展開

我々は非対称性の源泉が厳密解の極の構造にあることを突き止めた^{5,6)}。現在は摂動による「量子干渉」の無限級数和を厳密解から導出しようとしている¹¹⁾。このことについて、もう少しだけ詳しく解説する。我々の議論と通常のリサージェンスとの違いは、階数が変化する結合を摂動展開に用いている点にある。「通常のリサージェンス」として最も名高いのが Bender and Wu の非調和振動子 (Anharmonic Oscillator) に関する論文だろう¹²⁾。2 重底ポテンシャルに閉じ込められた電子は二つの「底」を移動する効果 (インスタントン効果) があるせいで、エネルギー固有値を求めようとしたときには非摂動論的效果 (インスタントン効果) も同時に取り込む必要がある。これは大変厄介な話なのだが、彼らは摂動の足し上げ (無限級数和) に対してボレル変換をおこなうことで非摂動論的效果の取り込みが容易に実行出来ることを示唆した。このように「摂動論」から「非摂動論的效果」が得られる現象をリサージェンスと呼ぶ⁸⁾。この手法はストリング理論などで広範囲にわたって応用されている。ただし、彼らが考えたのはポテンシャルに付与した「非調和項 (自己相互作用)」による摂動であって、場の理論で考えられるような「他粒子間相互作用」によるものではない。他粒子相互作用を入れてしまうと微分方程式が連立方程式になって高階の微分方程式を扱うことになるため、自己相互作用と比べてはるかに厄介なのだ。我々が扱うバリオジェネシスは、まさにこういった相互作用を必要としている。このような理論で摂動計算をすると、物質-反物質の非対称性は量子効果同士の干渉現象のように見えるのだが、厳密解がわ

かっていたら（インスタントン効果がストークス現象だったように）それが何に由来するのかまではっきり見ることができる。そのような新しいリサージェンスの分野を切り開こうというのが現在進行しているプロジェクトである。同時に現実的なインフレーションモデルでこのメカニズムを使ってバリオン数生成をおこなうための条件も調べている。

参考文献

- 1) The Nobel Prize in Physics 1978, Pyotr Leonidovich Kapitsa, “for his basic inventions and discoveries in the area of low-temperature physics”, Arno Allan Penzias, Robert Woodrow Wilson, “for their discovery of cosmic microwave background radiation.”
- 2) The Nobel Prize in Physics 2006, John C. Mather, George F. Smoot, “for their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation.”
- 3) The Nobel Prize in Physics 2011, Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt, Adam G. Riess, “for the discovery of the accelerating expansion of the Universe through observations of distant supernovae.”
- 4) “Towards the theory of reheating after inflation”, Lev Kofman, Andrei D. Linde, Alexei A. Starobinsky, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 3258–3295
- 5) “Baryogenesis from the Berry phase”, Seishi Enomoto, Tomohiro Matsuda, *Phys. Rev.* **D99** (2019) 036005
- 6) “Asymmetric preheating”, Seishi Enomoto, Tomohiro Matsuda, *Int. J. Mod. Phys.* **A33** (2018) 1850146
- 7) “Particle production with left-right neutrino oscillations”, Seishi Enomoto, Tomohiro Matsuda, *Phys. Rev.* **D93** (2016) 063504
- 8) “Resurgent methods in semi-classical asymptotics”, Eric Delabaere, Frédéric Pham, *Annales de l’I.H.P. Physique théorique*, Vol. **71** (1999) No.1, pp.1–94
- 9) “Baryogenesis during reheating in natural inflation and comments on spontaneous baryogenesis”, Alexandre Dolgov, Raghavan Rangarajan, Mark Srednicki, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 6155–6165
- 10) “Exact WKB analysis and cluster algebras”, Kohei Iwaki, Tomoki Nakanishi, *J. Phys. A: Math. Theor.* **47** (2014) 474009
- 11) Seishi Enomoto and Tomohiro Matsuda, to appear
- 12) “Anharmonic Oscillator”, Carl M. Bender and Tai Tsun Wu, *Phys. Rev.* **184** (1969) 1231