二準位原子による光散乱スペクトルにおける
Bloch-Siegert shift　II

森　　　　　弘

埼玉工大紀要

二準位原子による光散乱スペクトルにおける
Bloch-Siegert shift II

森　　弘

要　旨

Mollow の理論において，回転波近似への補正を調べる。この補正（4 次まで）によるスペクトルのずれが与えられる。前著による計算が拡張される。

前著[1)]では，二準位原子による光散乱スペクトル[2)]において，回転波近似への 2 次の補正項によって生じた δ 関数の位置，Lorentz 関数のピークの位置，幅が，それぞれ与えられた。

この論文では，これらの結果と，広く応用，あるいは一般化[3)]されている Floquet の理論[4)]との関係を調べるために，前著の計算が 4 次まで拡張される。

二準位原子による光散乱スペクトルでは，入射光（周波数 ω）の強度が強い場合，ω の位置に存在するコヒーレント成分(δ 関数)に対し，ω，$\omega\pm\Omega$（Ω: Rabi frequency）に存在するインコヒーレント成分（Lorentz 関数）が顕著である。強度がさらに強い（回転波近似への 2 次の補正項が必要）場合，δ 関数の位置は，$\nu^{\{2\}c}_{j1k_1}=\omega$，$\omega\pm2(\varDelta\omega+\delta\omega^{(0)})$, 3ω ($\varDelta\omega$: detuning, $\delta\omega^{(0)}$: Lamb shift[1,5)]) であり，Lorentz 関数のピークの位置は，$\nu^{\{2\}c}_{j1k_1}$，$\nu^{\{2\}c}_{j1k_1}\pm\Omega$ である。

モデルは，前著，すなわち Mollow の理論[2)]と共通である。従って，エネルギー固有値 0 の基底状態 $|0\rangle_a$, エネルギー固有値 $\hbar\omega_0$の励起状態 $|1\rangle_a$からなる，原点に固定された二準位原子を考える。

前著より，スペクトル原子相関関数 $\tilde{g}^{(L)}(\nu)$における δ 関数の位置，及び Lorentz 関数のピークの位置は，原子相関関数の Laplace 変換 $\hat{g}^{(L)}(s;\ t')$

を構成する関数(原子縮約密度演算子 $\rho_a(t)$ の行列要素 $\rho_j^{(l)}(t)$ の時間発展における関数の Laplace 変換) $\hat{u}_{jk}^{(l)}(s;\ t')$ の極に起因する。このとき, $\hat{g}^{(L)}(s;\ t')$ の s による部分は, $\hat{u}_{jk}^{(l)}(s;\ t')$ の s による部分と, $\rho_j^{(l)}(t')$ の定常解の定数部分との積を組み合わせて表現される。

回転波近似への 4 次の補正項の中で, ずれを最大とする組み合わせは, 次式によって与えられる。

$$\hat{u}^{(2)1}_{2j'_1k_1j'_2k_2k}(s)\ \rho^{(2)1}_{K_{k2}J'_1K_1J'_2K_2}$$

$$=\frac{\Delta^{(0)R}_{j'_12,-1}(s_2)}{f^{(0)}(s_2)}\ l^{(1)'}_{j'_1k_1}\ \frac{\Delta^{(0)R}_{j'_2k_1,-1}(s^{(1)R}_{2j'_1k_1})}{f^{(0)}(s^{(1)R}_{2j'_1k_1})}\ l^{(1)'}_{j'_2k_2}\ \frac{\Delta^{(0)R}_{kk_2}(s^{(1)R}_{2j'_1k_1j'_2k_2})}{s^{(1)R}_{2j'_1k_1j'_2k_2}\,f^{(0)}(s^{(1)R}_{2j'_1k_1j'_2k_2})}$$

$$\times\frac{\Delta^{(0)R}_{J'_1K_{k2},-1}(-i\alpha^{(1)R}_{J'_1K_1J'_2K_2})}{f^{(0)}(-i\alpha^{(1)R}_{J'_1K_1J'_2K_2})}\ l^{(1)'}_{J'_1K_1}\ \frac{\Delta^{(0)R}_{J'_2K_1,-1}(-i\alpha^{(1)R}_{J'_2K_2})}{f^{(0)}(-i\alpha^{(1)R}_{J'_2K_2})}$$

$$\times l^{(1)'}_{J'_2K_2}\ \frac{\Delta^{(0)R}_{1K_2}(0)}{f^{(0)}(0)} \qquad (1)$$

$j'_\mu,\ J'_\mu=1,\ 2,\ 3:\ k_\mu,\ K_\mu=1,\ 2,\ 3,\ 4\ (\mu=1,\ 2)$

$(k,\ K_{k2})=(2,\ 1),\ (4,\ 3)$

以上の添字については, 和を考える。

$j,\ k=1,\ 2,\ 3,\ 4$

$$\Delta^{(0)R}_{j'_1k_1,-1}(s)=\pm\left(\Delta^{(0)R}_{1k_1}(s)\ -\Delta^{(0)R}_{4k_1}(s)\right)s^{-1}\delta_{j'_11}$$

$$+\Delta^{(0)R}_{j'_1k_1}(s)\ s^{-1}\left(\delta_{j'_12}+\delta_{j'_13}\right)\left(k_1=\begin{matrix}1,\ 3\\2,\ 4\end{matrix}\right) \qquad (2)$$

$$\Delta^{(0)R}_{jk}(s):\ s\delta_{jk}-l^{(0)R}_{jk}\ \text{の余因子} \qquad (3)$$

$$l^{(0)R}_{jk}=\left\{l^{(0)}_{jk}(t'+\tau)+i\omega\delta_{jk}(\delta_{k2}-\delta_{k3})\right\}e^{-i\omega(t'+\tau)(\delta_{k2}-\delta_{k3}-\delta_{j2}+\delta_{j3})} \qquad (4)$$

$$f^{(0)}(s)\approx\left(s+\frac{\kappa^{(0)}}{2}\right)\left(s+\frac{3}{4}\kappa^{(0)}-i\Omega\right)\left(s+\frac{3}{4}\kappa^{(0)}+i\Omega\right)$$

$$=\prod_p(s-s_p) \qquad (p=0,\ +,\ -) \qquad (5)$$

$$s^{(1)R}_{2j'_1k_1\ldots j'_fk_f}\equiv s_2+i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1\ldots j'_fk_f} \qquad (f=1,\ 2) \qquad (6)$$

$$s_2 \equiv s + i\omega \tag{7}$$

$$\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1\dots j'_fk_f} \equiv \sum_{\nu=1}^{f} \alpha^{(1)R}_{j'_\nu k_\nu} \qquad (f=1,\ 2) \tag{8}$$

$$\alpha^{(1)R}_{jk} = \alpha^{(1)}_{jk} + \omega(\delta_{k2} - \delta_{k3} - \delta_{j2} + \delta_{j3}) \tag{9}$$

$$l^{(m)}_{jk}(t'+\tau) = l^{(m)\prime}_{jk}\, e^{-i\alpha^{(m)}_{jk}(t'+\tau)} \tag{10}$$

$$\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} = \pm 2\omega,\ \pm 2(\Delta\omega + \delta\omega^{(0)}) \tag{11}$$

(1) 式より，インコヒーレント成分に対する極は,

$$\begin{aligned} s = &-i\omega + s_p,\ -i\omega - i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} + s_p, \\ &-i\omega - i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} - i\alpha^{(1)R}_{j'_2k_2} + s_p. \qquad (p=0,\ +,\ -) \end{aligned} \tag{12}$$

コヒーレント成分においては,

$$s = -i\omega - i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} - i\alpha^{(1)R}_{j'_2k_2}. \tag{13}$$

2次の補正項（前著）の場合，(12) 式には，次式が対応する。

$$s = -i\omega + s_p, -i\omega - i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} + s_p \qquad (p=0,\ +,\ -) \tag{14}$$

(13) 式には，次式が対応する。

$$s = -i\omega - i\alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} \tag{15}$$

(12), (13), (14), (15) 式より，スペクトル原子相関関数 $\tilde{g}^{\{L\}}(\nu)$ において，4次までの補正項は，以下のずれをもたらす。

$$\begin{aligned} \nu &= \nu^{\{2\}c}_{j'_1k_1},\ \nu^{\{4\}c}_{j'_1k_1j'_2k_2} \\ &= |\omega + \alpha^{(1)R}_{j'_1k_1}|,\ |\omega + \alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} + \alpha^{(1)R}_{j'_2k_2}| \\ &= \omega,\ \omega \pm 2\Delta\omega_+,\ 3\omega; \omega \pm 4\Delta\omega_+,\ 3\omega \pm 2\Delta\omega_+,\ 5\omega \\ &\qquad (\Delta\omega_+ \equiv \Delta\omega + \delta\omega^{(0)}) \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \nu &= \nu^{\{2\}i}_{j'_1k_1},\ \nu^{\{4\}i}_{j'_1k_1j'_2k_2} \\ &= |\omega + \alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} \pm \Omega|,\ |\omega + \alpha^{(1)R}_{j'_1k_1} + \alpha^{(1)R}_{j'_2k_2} \pm \Omega| \\ &= \nu^{\{2\}c}_{j'_1k_1} \pm \Omega,\ \nu^{\{4\}c}_{j'_1k_1j'_2k_2} \pm \Omega \end{aligned} \tag{17}$$

(16) 式は，コヒーレント成分（δ 関数）の位置と同時に，インコヒーレン

ト成分（Mollow triplet の中心の Lorentz 関数）のピークの位置を示す。$\nu=(2n+1)\ \omega$ $(n=0,\ 1)$ の位置には，主に detuning によるずれが付随し，これは，n が小さい程，大きい。

(17) 式は，インコヒーレント成分(サイドバンド(Lorentz 関数))のピークの位置を示す。これは，(16) 式による全ての Lorentz 関数に対し，それぞれ$\pm\Omega$ だけずれた位置に存在する。

(1), (16), (17) 式より，回転波近似への 4 次までの補正項は，ω の位置に中心をもつ Mollow triplet に対し，$(2n+1)\ \omega$ $(n=0,\ 1,\ 2)$ に中心をもつ Mollow triplet をもたらす。このとき，それぞれの Mollow triplet には，$n=0,\ 1$ に対し，それぞれ$\pm4\Delta_{\omega+}$, $\pm2\Delta_{\omega+}$ までずれた位置に中心をもつ Mollow triplet が付随する。このことは，$(2n+1)\ \omega$ $(n=0,\ 1,\ 2)$ の位置における δ 関数に対しても同様である。

$(2n+1)\ \omega$ $(n=0, 1, 2)$ に中心をもつ Mollow triplet, あるいは，これらの位置における δ 関数は，一般化された Floquet の理論[3]による蛍光スペクトルのピークの位置に対応する。又，前著において，3ω のピークと Shirley[4]による結論との対応は，Ho, Wang and Chu[3]による蛍光スペクトルにおけるピークとの対応に訂正する。

一般に，回転波近似への L 次までの補正の場合，$(2n+1)\ \omega$ $(0\leqq n<L/2)$ の位置に中心をもつ Mollow triplet の detuning によるずれの最大値は，$\pm(L-2n)\Delta_{\omega+}$ であると考えられる。

参考文献

1) H. Mori: contexture 10 (1992) 21.

2) B.R. Mollow: Phys. Rev. 188 (1969) 1969.
B.R. Mollow and M.M. Miller: Ann. Phys. 52 (1969) 464.

3) T.S. Ho, K.Wang and S.I. Chu: Phys. Rev. A33 (1986) 1798.
S.I. Chu: Adv. Chem. Phys. 73 (1989) 739.

4) J.H. Shirley: Phys. Rev. 138 (1965) B979.

5) C.R. Stroud Jr.: Phys. Rev. A3 (1971) 1044.