

銀河系球状星団の種々の力学的特性量の間の相関

Correlations of dynamical properties of Galactic globular clusters

高橋 広 治*
TAKAHASHI Koji

1 序論

球状星団は銀河に付随する天体で、数10万から数100万個の恒星の集団である。星団内の恒星は、お互いが及ぼし合う重力により星団に束縛されており、星団は全体としてほぼ球状の形をなしている。

球状星団の力学的な構造や進化を解明する上で、星団質量や星団半径、恒星密度などの力学的特性を表す諸量の間の相関を知ることは、重要なステップである。銀河系の球状星団の力学的特性の観測結果をまとめたカタログとしては、Harris (1996, 2010) [4, 5] によるものが有名である。また、McLaughlin & van der Marel (2005) [7] は、星団のモデルとして最もよく使われてきたKingモデル (King 1966 [6]) のみならず、Wilsonモデル (Wilson 1975 [9]) とべき乗モデルを使って解析した結果を示している。Harrisのカタログは、様々な観測・解析の研究成果を集めたものであり、その2010年版には、McLaughlin & van der Marel (2005) の結果も反映されている。

以上に挙げたものより新しい重要なカタログとしてはBaumgardt & Hilker (2018) [1] によるものがある。彼らは球状星団の表面密度および速度分散の分布の観測結果を N 体シミュレーションの結果に当てはめることによって、星団の質量や星の大域的質量関数、コア半径やその他の構造

パラメータを決定した。

観測結果をモデルに当てはめて分析するときには、通常Kingモデルなどの解析的モデルが用いられるが、その場合、分析結果は必然的に用いた解析的モデルの性質や自由度に制限されてしまう。一方、 N 体シミュレーションは解析的モデルに比べて圧倒的に大きな自由度を持っており、かつ、力学的に矛盾のないモデルを自動的に生み出してくれる。観測結果に当てはめるためには、数多くの初期条件の組合せに対する N 体シミュレーションの結果を用意する必要があるが、その計算には膨大な時間がかかるという問題があるが、コンピュータのハードウェアとソフトウェアの発達のおかげで、 N 体シミュレーションに基づいた当てはめは現実的な選択肢となった。それを実行したBaumgardt & Hilker (2018) のカタログは、非常に有益な情報源であると言える。

Baumgardt & Hilker (2018) のカタログの更新版は、Web上のデータベースとして公開されている。本稿執筆時での最新版は、2021年5月版である (Baumgardt et al. 2021 [2])。本研究では、この最新版を使用して、銀河系の球状星団の種々の力学的特性量の間の関係を探求する。なお、本研究と関連の深い著者自身による先行研究としては、高橋 (2005, 2018) [10, 11] がある。

*埼玉工業大学人間社会学部情報社会学科

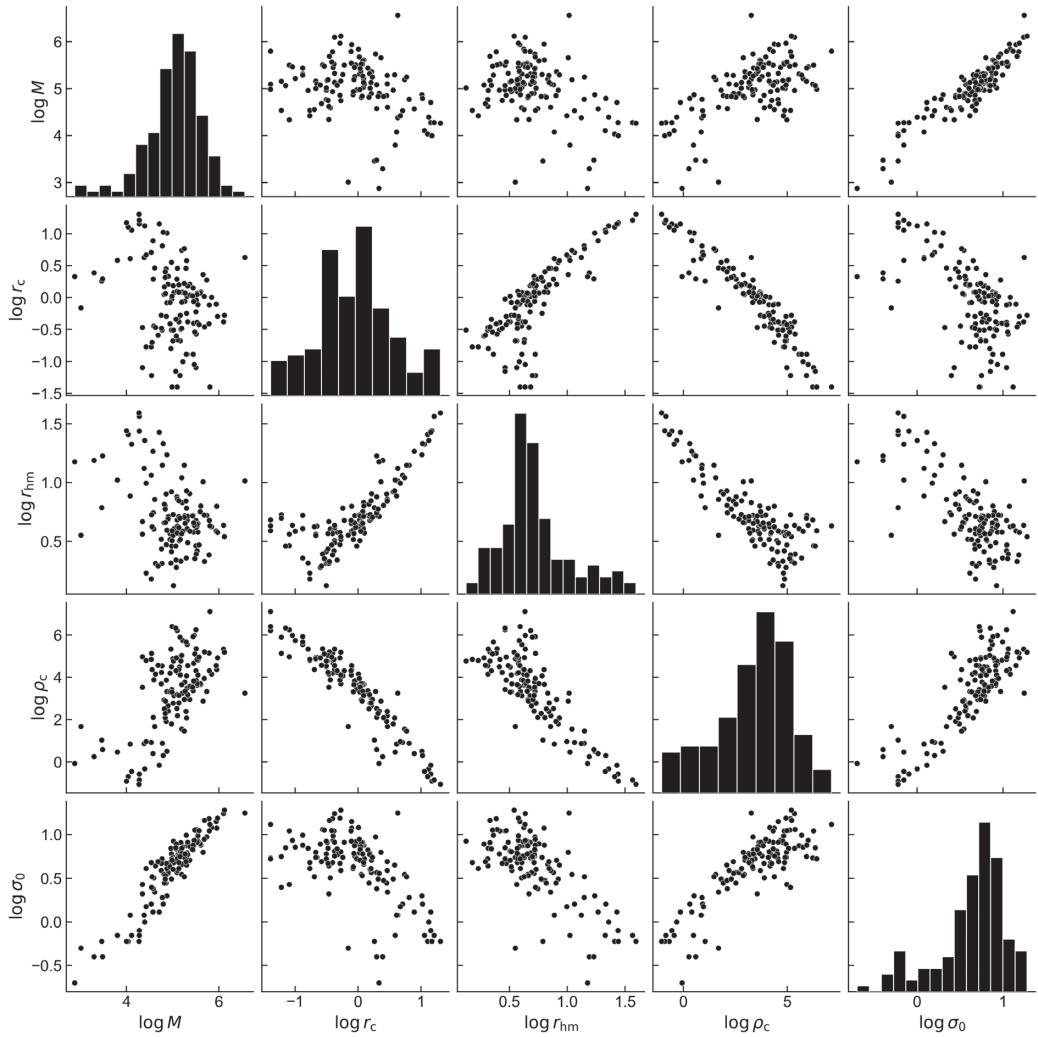


図1：球状星団の内部構造の力学的特性を表すいくつかの量に対する散布図行列。記号の意味については本文を参照のこと。

2 関連の概観

Baumgardt et al. (2021) のデータベースには、半径、質量などの星団の内部構造に関わる諸量の他にも、銀河系に対する星団の軌道に関わるデータなども含まれているが、本研究では内部構造に関わる諸量の間関係に話題を絞る。また、Baumgardt et al. (2021) のデータベースには、161個の球状星団について内部構造に関するデータが掲載されているが、本研究では、その中で星の質量関数の観測データが存在する129個の星団を抽出して解析する。これは、 N 体計算の観測

データへの当てはめの信頼度がより高いと考えられる星団に絞るためである。

図1は、星団の質量 M [M_{\odot}]、コア半径 r_c [pc]、半質量半径 r_{hm} [pc]、コア密度 ρ_c [M_{\odot}/pc^3]、中心1次元速度分散 σ_0 [km/s] の間の散布図行列である。ただし、いずれの量もその常用対数をとっている（本稿では常用対数記号として \log を用いる）。左上から右下への対角線上のグラフは、それぞれの横軸の量のヒストグラムである。

表1は図1に対応する相関係数行列である。相関係数の絶対値が最も大きいのは、コア半径とコア密度の組、星団質量と中心速度分散の組である。

	$\log M$	$\log r_c$	$\log r_{\text{hm}}$	$\log \rho_c$	$\log \sigma_0$
$\log M$	1.00	-0.30	-0.39	0.61	0.93
$\log r_c$	-0.30	1.00	0.80	-0.93	-0.58
$\log r_{\text{hm}}$	-0.39	0.80	1.00	-0.85	-0.70
$\log \rho_c$	0.61	-0.93	-0.85	1.00	0.83
$\log \sigma_0$	0.93	-0.58	-0.70	0.83	1.00

表1：図1に対応する相関係数行列。

コア半径は、コア密度と中心速度分散から定義される量なので (Baumgardt & Hilker 2018)、コア密度との相関が強いのは当然と言える。星団質量と中心速度分散の相関は、星団がビリアル平衡状態にあることに由来すると考えられる。星団がビリアル平衡にある場合、星団全体の平均的な速度分散 v_m は、 $\sqrt{GM/r_{\text{hm}}}$ (G は万有引力定数) に比例する。 σ_0 は中心速度分散であり、星団全体の平均速度分散とは異なるが、両者の違いが大きくなければ、中心速度分散についても同様な関係が成り立つことが期待される。

そこで、 $\log \sigma_0$ を $\log M$ と $\log r_{\text{hm}}$ で線形回帰したところ、回帰式

$$\log \sigma_0 = (0.500 \pm 0.004) \log M - (0.527 \pm 0.007) \log r_{\text{hm}} - (1.496 \pm 0.021) \quad (1)$$

を得た。ここで、 \pm の後の数値は各係数の標準誤差であり、 R^2 値は0.997であった。図2は、横軸を $0.500 \log M - 0.527 \log r_{\text{hm}}$ 、縦軸を $\log \sigma_0$ としたときの散布図を、回帰直線とともに示したものである。

式(1)は、 $\sigma_0 \propto M^{0.500} r_{\text{hm}}^{-0.527}$ を意味するが、これはビリアル平衡から期待される $\sigma_0 \propto M^{0.5} r_{\text{hm}}^{-0.5}$ とほぼ一致する。

表1において次に強い相関を示しているのは、 $\log r_{\text{hm}}$ と $\log \rho_c$ 、 $\log r_{\text{hm}}$ と $\log r_c$ の組合せである。ここに登場する3つの変数の間の偏相関係数を計算すると、 $\log \rho_c$ の影響を除いた $\log r_{\text{hm}}$ と $\log r_c$ の間の偏相関係数は0.07であった。また、 $\log r_{\text{hm}}$ と $\log \rho_c$ の間の偏相関係数は-0.45、 $\log \rho_c$ と $\log r_c$

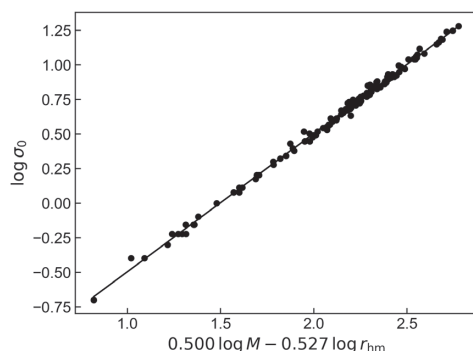


図2：回帰式(1)が示す変数の組合せに対する散布図。直線はこの回帰式が表す直線。

の間の偏相関係数は-0.80であった。このことから、星団のサイズを代表する半質量半径 r_{hm} と、コア半径 r_c の間には直接的な相関はないと言ってよいであろう。

3 緩和時間との相関

球状星団は、一般に、恒星間の重力2体緩和の影響で、初期状態から徐々にコア半径が減少し、かつ、コア密度が上昇し続ける「コア崩壊」を起こすことが理論的に予想されている (例えば Spitzer 1987 [8] を参照)。この過程で、星団内の恒星分布の中心集中度は上昇する。その2体緩和が進む平均的な時間スケールは、半質量緩和時間 T_{rh} (Spitzer 1987, p.40) で与えられる。それゆえ、コア密度や中心集中度と半質量緩和時間の間には相関があることが期待される。

図3と表2に、コア密度 ρ_c (の対数)、中心集中度 c 、半質量中心集中度 c_h 、および星の質量関数の傾き a と半質量緩和時間 $T_{\text{rh}}[\text{yr}]$ (の対数) との間の相関の様子を示した。ここで、中心集中度 c は星団の潮汐半径を r_t として、

$$c = \log (r_t / r_c) \quad (2)$$

で定義される無次元パラメータで、球状星団の中心集中の程度を表すのによく使われているものである。 c が大きいほど、中心集中度がより高いと言える。一方、本稿で半質量中心集中度と呼んで

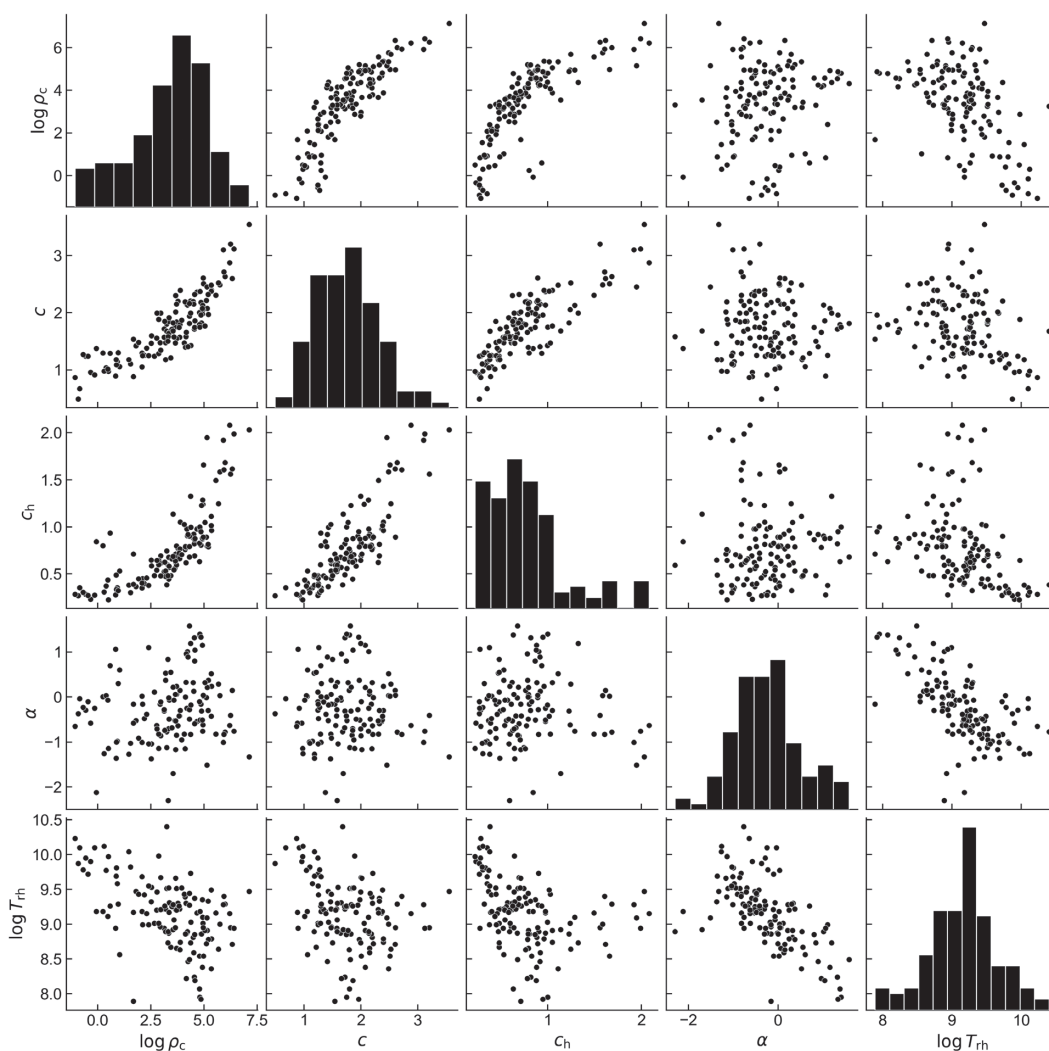


図3：半質量緩和時間とコア密度、中心集中度、半質量中心集中度、質量関数の傾きの間の散布図行列。各量の詳細については本文を参照のこと。

	$\log \rho_c$	c	c_h	a	$\log T_{th}$
$\log \rho_c$	1.00	0.86	0.77	0.16	-0.52
c	0.86	1.00	0.84	-0.05	-0.31
c_h	0.77	0.84	1.00	-0.03	-0.36
a	0.16	-0.05	-0.03	1.00	-0.63
$\log T_{th}$	-0.52	-0.31	-0.36	-0.63	1.00

表2：図3に対応する相関係数行列。

いる c_h は、潮汐半径の代わりに半質量半径を使っている、

$$c_h = \log (r_{hm}/r_c) \quad (3)$$

で定義した無次元パラメータである。こちらは、

著者の知る限りでは、一般的には使われていないが、コア崩壊の進行に伴う中心集中度の上昇を見るには、 c よりも c_h の方が適している可能性があると考えている。なぜなら、星団の外側の境界に相当する潮汐半径は、星団が銀河系から受ける潮汐力の大きさに影響されるものだからである。例えば、位置は異なるが半質量半径内の構造が全く同じ2つの星団があったとすると、銀河系のより外側に位置する星団の方が、受ける潮汐力が弱いので、潮汐半径はより大きく、 c はより大きくなる。また、前節で r_{hm} と r_c の間に直接的な相関がないこ

とを確認できたことも、 c_h を中心集中度パラメータとして使うことの妥当性を補強する。

図3と表2には、質量 $m = 0.2 M_\odot \sim 0.8 M_\odot$ の主系列星に対する大域的な質量関数の傾き a との相関も示している。 a は質量関数 $N(m)$ をべき関数で近似したときのべき指数である： $N(m) \sim m^a$ 。通常の初期質量関数では $a < 0$ である（すなわち重い星よりも軽い星の方が数が多い）が、2体緩和が進むと、軽い星の方が星団からより脱出しやすい傾向が生じるので、理論的には a は徐々に増加することが期待される。その過程が進むと、 $a > 0$ となることも予想されるが、図3を見ると実際にそのような星団が存在していることが分かる。

図3と表2より、 $\log \rho_c$ 、 c 、 c_h 、 a のそれぞれと $\log T_{rh}$ の間には、（強弱の幅はあるが）負の相関があることが分かる。緩和時間が短いほど2体緩和が速く進むので、この相関の傾向は、先述した2体緩和が進むとコア密度、中心集中度が上昇し、軽い星の方がより多く星団から脱出していくという理論的な予測と合致している。

なお、2体緩和が進んでも、星団の中心集中度が無限に上昇することはあり得ない。理論的には、コア密度がある程度高くなると、その過程で結合エネルギーの高い連星が誕生すると予測されている。その連星からのエネルギー放出によって、コアの収縮は止まり、その後、膨張に転じる（例えば、Spitzer 1987を参照）。さらにその後は、コアが収縮と膨張を繰り返す重力熱力学的振動が起きることも予測されている（Bettwieser & Sugimoto 1984 [3]）。しかし、一旦コア崩壊の段階を経験した星団は、その後も初期状態と比較すると中心集中度が高い状態である期間が長いことが予想されるので、大局的にはやはり中心集中度と緩和時間の間には負の相関があることが期待される。

ただし、表2から分かる通り、中心集中度と緩和時間との間の相関の強さは弱いものである。 c

と c_h を比べると、 c_h との相関の方がわずかに強いが、これをもって c_h の方がコア崩壊の進行の程度を見るのにより良いパラメータであるとまでは言えないだろう。

なお、表2に示した量の中で、緩和時間との相関が最も強いのは質量関数の傾き a である。この相関は、すでにBaumgardt & Hilker (2018)によって指摘されている。彼らは、質量関数の観測データが存在しない星団に対しては、この関係を使って緩和時間から a の値を推測した。

4 2つの中心集中度パラメータ

ここでは、前節で言及した通常を中心集中度パラメータ c と半質量中心集中度パラメータ c_h の関係について、さらに考察したい。なぜならば、図3でその2つのパラメータの間の散布図を見ると、データ点の分布が2つのグループに分かれているように見えるからである。その2つのグループは、散布図上でほぼ平行な2つの直線に沿った分布を示しているように見える。そして、そのうちの1つは c と c_h の値がより大きい領域まで伸びているように見える。中心集中度が高い星団は、コア崩壊が進んだ星団であると考えられるので、まずコア崩壊との関係について考察する。

Harris (1996, 2010) のカタログでは、密度分布の特徴に基づいて、各星団を「コア崩壊後」、「おそらくコア崩壊後」、または、「コア崩壊前」のいずれかに分類している。図4は c と c_h の散布図であるが、図3と異なり、Harris (2010) のカタログにおける分類に基づいて、コア崩壊後の星団は太いプラス記号で、おそらくコア崩壊後の星団は細いプラス記号で、コア崩壊前の星団は点で示している。なお、本研究で分析対象としている129個の星団のうち、Harrisのカタログに掲載されていないものが4個あるが、それらの中心集中度はいずれも低いものである。ここではコア崩壊

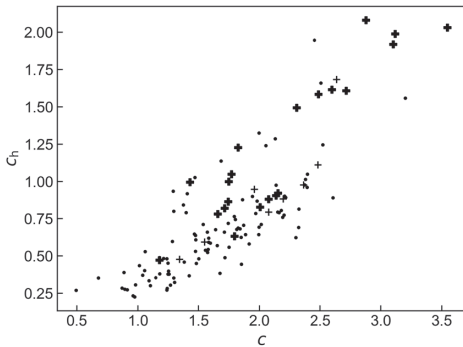


図4：2つの中心集中度パラメータ c と c_h の散布図。太いプラス記号はコア崩壊後の星団、細いプラス記号はおそらくコア崩壊後と考えられる星団、点はコア崩壊前の星団を表す。コア崩壊に関する分類は、Harris (2010) のカタログに基づくものである。

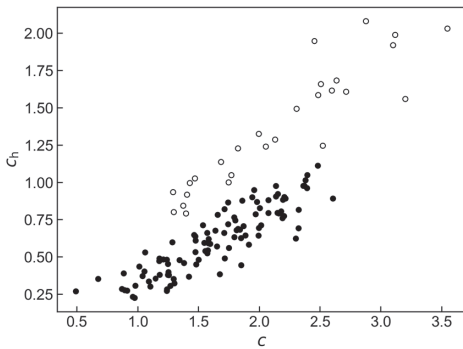


図5：2つの中心集中度パラメータ c と c_h の散布図。混合ガウスモデルによって2つのグループにクラスタリングした結果を、白丸と黒丸で示している。

前の星団として扱っている。

一方、図5は、混合ガウスモデルを使って、 c と c_h の2次元空間上で、2つのグループにクラスタリングした結果である。一方のグループに属する星団を白丸(27個)、他方のグループに属する星団を黒丸(102個)で示している。混合ガウスモデルによるクラスタリングの実行には、Python用の機械学習ライブラリscikit-learnのGaussianMixtureクラスを使用した[12]。人間の目による直感的な判断と矛盾しない結果と言ってよいだろう。先にも述べたが、2つのグループはこの散布図上でそれぞれ直線的に分布しており、その2直線はほぼ平行である。

図4と図5を比較すると、上方のグループに属

する27個の星団のうち約半数の13個がコア崩壊後(おそらくコア崩壊後1個を含む)の星団であることが分かる。下方のグループについては、102個の星団のうち16個がコア崩壊後(おそらくコア崩壊後7個を含む)である。上方と下方のグループの違いは、コア崩壊後かコア崩壊前かの違いであると言えるが、上の数字からは、そこまで言えないであろう。上方のグループの星団の約半数はコア崩壊前であるし、下方のグループは総数としてはより多くのコア崩壊後星団を含んでいる。

しかし、ここで注意しなければならないのは、図4に示したコア崩壊後とコア崩壊前の星団の分類は、Harris (2010) のカタログによるものだという事だ。その分類は、基本的に、星団の密度分布をKingモデルに当てはめたときの結果に基づいたものであるが、コア崩壊前か後かの区別はそれほど明確ではない場合もある。重力熱力学的振動が起こっている星団があるとすると、なおさらである。

図6は図3にも示した半質量緩和時間の対数と半質量集中度パラメータ c_h の散布図であるが、上記の2つのグループを区別して示している。この2つのグループは、この図上でも異なる分布を示しているように見える。それぞれのグループに対して相関係数を求めると、黒丸のグループは -0.57 、白丸のグループは 0.27 で、正負が反対となっている。ただし、白丸のグループについては、母相関係数が0の帰無仮説に対する p 値は 0.18 であるので、この正の相関は有意ではない。一方、黒丸のグループの負の相関は有意である。全体に対する相関係数は -0.36 (表2)であったが、これは両グループが混合された結果ということになる。

このグループ分けが、球状星団の力学的構造や進化の段階を真に反映したものであるかどうかは、現段階では結論できないが、白丸のグループ

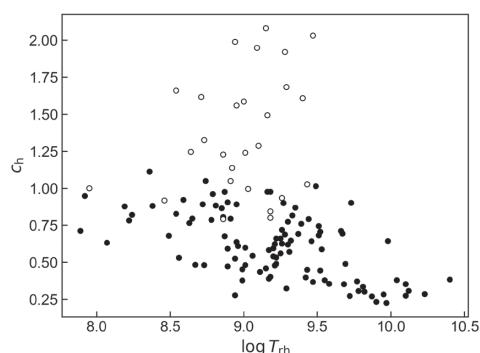


図6：半質量緩和時間の対数と半質量集中度パラメータ c_h の散布図。白丸と黒丸の意味は図5と同じ。

が図6上ではほぼ無相関であることは興味深い。2体緩和過程によりコア崩壊が進むにつれて中心集中度が高くなるという単純な描像とは合わないからである。考えられる1つの可能性として、白丸のグループは、最初のコア崩壊を経た後、重力熱力学振動の段階に入っている星団である可能性を挙げておく。

5 まとめ

本稿では、銀河系の球状星団について、その質量や半径、密度、速度分散などの力学的特性を表す諸量間の相関を探求した。データとしては、 N 体シミュレーションによる当てはめに基づいた結果を掲載しているBaumgardt et al. (2021)のカタログを使用した。

取り上げた諸量について散布図行列、相関係数行列を作成し検討したところ、多くの変量間に相関が存在することが確かめられた。特に、中心速度分散、星団質量、半質量半径の間では、星団がビリアル平衡状態にある場合に期待される関係が高い精度で成立していることが分かった。

半質量緩和時間とコア密度、中心集中度、星の質量関数の傾きの間には、2体緩和による進化の結果として期待される相関が存在することが確かめられた。中心集中度を表すパラメータとしては、よく使われている c とは別に、半質量中心集中度

c_h を導入した。それら2つの中心集中度パラメータの散布図からは、星団を2つのグループに分けることができる可能性の示唆が得られた。2つのグループの一方は、コア崩壊前、もう一方はコア崩壊後の星団に対応する可能性があるが、現段階では結論を下すことはできない。これを明らかにするためには、コア崩壊後の星団の進化を追ったシミュレーションに基づく研究が必要になるであろう。

参考文献

- [1] Baumgardt H., Hilker M., “A catalogue of masses, structural parameters, and velocity dispersion profiles of 112 Milky Way globular clusters”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 478, p. 1520, 2018
- [2] Baumgardt H., Sollima A., Hilker M., Bellini A., Vasiliev E., “Fundamental parameters of Galactic globular clusters (as of May 2021)”, <https://people.smp.uq.edu.au/HolgerBaumgardt/globular/>, 2021
- [3] Bettwieser E., Sugimoto D., “Postcollapse evolution and gravothermal oscillation of globular clusters”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 208, p. 493, 1984
- [4] Harris W. E., “A catalog of parameters for globular clusters in the Milky Way”, *Astron. J.*, vol. 112, p. 1487, 1996
- [5] Harris W. E., “A new catalog of globular clusters in the Milky Way”, arXiv:1012.3224, 2010
- [6] King I. R., “The structure of star clusters. III. Some simple dynamical models”, *Astron. J.*, vol. 71, p. 64, 1966
- [7] McLaughlin D. E., van der Marel R. P., “Resolved massive star clusters in the Milky Way and its satellites: Brightness profiles

-
- and a catalog of fundamental paramters” ,
Astrophys. J. Suppl., vol. 161, p. 304, 2005
- [8] Spitzer L., “Dynamical Evolution of Globular
Clusters” , Princeton Univ. Press, 1987
- [9] Wilson C. P., “Dynamical models of elliptical
galaxies” , Astron. J., vol. 80, p. 175, 1975
- [10] 高橋広治, “球状星団の諸パラメータの間の相
関関係：統計環境Rを用いたデータ解析” , 埼
玉工業大学人間社会学部紀要, 第3号,p. 123,
2005
- [11] 高橋広治, “銀河系内球状星団のデータベース
の比較” , 埼玉工業大学人間社会学部紀要,第
16号, p. 23, 2018
- [12] scikit-learn, [https://scikit-learn.org/stable/
modules/generated/sklearn.mixture.
GaussianMixture.html](https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.mixture.GaussianMixture.html)